
თავი - 13

შემზღუდველი ფაქტორების გათვალისწინება

შინაარსი

- ❖ მოკლევადიანი გადაწყვეტილებების მიღება;
- ❖ ოპტიმალური წარმოების გეგმა;
- ❖ მრავალი შემზღუდველი ფაქტორი – წრფივი პროგრამირება;
- ❖ ალგებრული ამოხსნა.

13.1. მოკლევადიანი გადაწყვეტილებების მიღება

ორგანიზაციის მართვის პროცესში მენეჯმენტის უმთავრესი ფუნქცია დროული და სწორი გადაწყვეტილებების მიღება. გადაწყვეტილებების მიღება შეიძლება ეხებოდეს, როგორც მოკლევადიანი საოპერაციო პრობლემების გადაჭრას, ისე გრძელვადიანი დაგეგმვის საკითხებს.

მოკლევადიანი გადაწყვეტილებების მიღებისას ძირითადად ვეყრდნობით: ზღვრული მოგების ცნებას, დანახარჯი – მოცულობა – მოგების CVP ანალიზის და რელევანტურ დანახარჯთა კალკულაციის მეთოდებს.

წინა თავში ჩვენ უკვე გავეცანით რელევანტურ დანახარჯთა კალკულაციის მეთოდს. მ თავში კი განვიხილავთ დანარჩენ ორ მეთოდს.

უმეტეს შემთხვევაში ალტერნატივების არჩევის გაკეთებისათვის არსებობს გარკვეული შეზღუდვები, რომელიც ყველა ალტერნატივის არჩევის შესაძლებლობას არ იძლევა.

ორგანიზაციები საქმიანობის დაგეგმვისა და წარმართვისას აწყდებიან მრავალ წინააღმდეგობას:

- შეზღუდული მოთხოვნა;
- შეზღუდული კვალიფიციური შრომითი და საწარმოო რესურსები;
- შეზღუდული დაფინანსება (“კაპიტალის ნორმირება”).

განვიხილოთ დეფიციტური რესურსების არსებობასთან დაკავშირებული პრობლემები, რომლებიც ხელს უშლიან კომპანიას დაგეგმილი საქმიანობის განხორციელებაში.

როგორც წესი ორგანიზაციის ძირითად მიზანს წარმოადგენს მოგების მაქსიმიზაცია, რამდენადაც მოკლევადიან პერიოდში, მუდმივი დანახარჯის შემცირება ვერ მოხერხდება, გადაწყვეტილებების მიღებისას მთელი ძალისხმევა მიმართული უნდა იყოს ზღვრული მოგების მაქსიმიზაციისაკენ.

მაგალითი:

დაუშვათ, რომ შპს “A” უშვებს ორ პროდუქტს – X-სა და Y-ს. ორივე პროდუქტისათვის ერთი და იგივე მოწყობილობა და ნედლეული გამოიყენება, რაც შეზღუდულია კვირაში 200 საათამდე და მასალები 500ლ – მდე, შესაბამისად. ქვემოთ მოცემულია ინფორმაცია თითოეული პროდუქტის შესახებ:

	X პროდუქტის ერთეულზე	პროდუქტის ერთეულზე
მანქანა/საათები	5.0	2.5
მასალები	10 ლ	5 ლ
ზღვრული მოგება	20 ლ	15 ლ
კვირის მაქსიმალური მოთხოვნა	50 ერთეული	100 ერთეული

შემზღუდველი ფაქტორი შეგვიძლია განვსაზღვროთ პროდუქციის იმ რაოდენობის გამოთვლით, რომლის წარმოებაც შესაძლებელია არსებული რესურსებით:

მანქანა სთ

$$200/5 = 40 \text{ ერთეული } X \text{ ან}$$

$$200/2.5 = 80 \text{ ერთეული } Y$$

მასალები

$$500/10 = 50 \text{ ერთეული } X \text{ ან}$$

$$500/5 = 100 \text{ ერთეული } Y$$

ამგვარად, შემზღუდველი ფაქტორია მანქანასათები, რადგან იგი ზღუდავს X პროდუქტის წარმოებას (40 ერთეული) და Y პროდუქტის წარმოებას (80 ერთეული). მასალების რაოდენობა კი ხელს არ უშლის ფირმას მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად საკმარისი ერთეულების წარმოებაში.

იმის დასადგენად, რომელი პროდუქტი უნდა იწარმოოს და როგორი თანამიმდევრობით, აუცილებელია შემზღუდველი ფაქტორის (ანუ შემზღუდველი რესურსის) ერთი ერთეულისათვის ზღვრული მოგების გამოთვლა.

- დაეუშვათ, შ.პ.ს "A" უშვებს ორ პროდუქტს X -სა და Y -ს. ორივე პროდუქტის საწარმოებლად ერთი და იგივე მოწყობილობა და ნედლეული გამოიყენება, რომლებიც თითოეულ კვირაში შემზღუდულია 200 სთ – მდე და 500 ლ - მდე, შესაბამისად. ქვემოთ მოცემულია მონაცემები თითოეული პროდუქტის შესახებ:

	X პროდუქტის ერთეულზე	Y პროდუქტის ერთეულზე
მანქანასათები	5.0	2.5
მასალები	10 ლ	5 ლ
ზღვრული მოგება	20 ლ	15 ლ

- უკვე დადგენილია, რომ შემზღუდველი ფაქტორია მანქანასათები. X პროდუქტი საჭიროებს ხუთ მანქანასათს, ხოლო Y პროდუქტი – 2.5 მანქანასათს. ამგვარად, ზღვრული მოგება ერთ მანქანასათზე იქნება:

$$\text{ზღვრული მოგება ერთ მანქანა/სთზე} = \frac{\text{ზღვრული მოგება ერთეულზე}}{\text{მანქანასათები ერთეულზე}}$$

$$\text{პროდუქტი } X \quad 20\text{ლ}/5\text{სთ} = 4\text{ლ ერთ მანქანა/სათზე}$$

$$\text{პროდუქტი } Y \quad 15\text{ლ}/2.5\text{სთ} = 6\text{ლ ერთ მანქანა/სათზე}$$

პროდუქტიდან შემზღუდველი ფაქტორის (მანქანასათი) ერთეულზე უფრო მეტი ზღვრული მოგება მიიღება და, მაშასადამე, Y პროდუქტის წარმოება წინ უნდა უსწრებდეს X პროდუქტის წარმოებას.

ზღვრული მოგება შემზღუდველი ფაქტორის ერთეულზე =

$$= \frac{\text{ზღვრული მოგება ერთეულზე}}{\text{ერთეულისათვის საჭირო შემზღუდველი ფაქტორის ერთეულების რაოდენობა}}$$

13.2. ოპტიმალური წარმოების გეგმა

თუ შემზღუდველი ფაქტორები არსებობს, მაქსიმალური ზღვრული მოგება (და მაშასადამე მოგებაც) მაშინ მიიღება, როდესაც პირველად ის პროდუქტები იწარმოება, რომლებიც ყველაზე დიდ ზღვრულ მოგებას ქმნიან შემზღუდველი ფაქტორის ერთეულზე. სხვადასხვა პროდუქტის კომბინირებულ წარმოებას, რომლის დროსაც მაქსიმალური მოგება მიიღება, ოპტიმალური წარმოების გეგმა იწოდება.

➤ ოპტიმალური წარმოების გეგმა განისაზღვრება შემდეგნაირად:

ბიჯი 1 – გამოითვალეთ ზღვრული მოგება პროდუქტის ერთეულზე;

ბიჯი 2 – გამოითვალეთ ზღვრული მოგება შეზღუდული რესურსის ერთეულზე;

ბიჯი 3 – განსაზღვრეთ პროდუქტების კატეგორიზაცია;

ბიჯი 4 – შეზღუდული რესურსი გაანაწილეთ ყველაზე მაღალი კატეგორიის პროდუქტზე;

ბიჯი 5 – მას შემდეგ, რაც დაკმაყოფილდება ყველაზე მაღალი კატეგორიის პროდუქტზე მოთხოვნა, გადადით მომდევნო მაღალი კატეგორიის პროდუქტზე და ასე გააგრძელეთ მანამ, სანამ შეზღუდული რესურსი (შემზღუდველი ფაქტორი) არ ამოიწურება.

მაგალითი:

კომპანიას შეუძლია ოთხი პროდუქტის წარმოება და ადგენს მომდევნო წლის კომბინირებული წარმოების გეგმას. გვაქვს შემდეგი მონაცემები:

	A	B	C	D
ერთეულის სარეალიზაციო ფასი (ლარი)	19	25	40	50
შრომითი დანახარჯი ერთეულზე (ლარი)	6	12	18	24
მასალის დანახარჯი ერთეულზე (ლარი)	9	9	15	16
მაქსიმალური მოთხოვნა (ერთეულები)	1.000	5.000	4.000	2.000

სამუშაო ძალას საათში 6 ლარს უხდიან და კაცსაათები შეზღუდულია 12.000 საათამდე.

მოგეთხოვებათ:

განსაზღვროთ ოპტიმალური წარმოების გეგმა და გამოითვალეთ მთლიანი მოგება, რომელსაც კომპანია მიიღებს ამ გეგმის განხორციელებით.

ამოხსნა:

	A	B	C	D
	ლ	ლ	ლ	ლ

სარეალიზაციო ფასი	19	25	40	50
ცვლადი დანახარჯები:				
პირდაპირი შრომა	(6)	(12)	(18)	(24)
პირდაპირი მასალა	(9)	(9)	(15)	(16)
ზღვრული მოგება ერთეულზე	4	4	7	10
	A	B	C	D
საათები ერთეულზე (შრომითი დანახარჯი ნლ)	1	2	3	4
საათობრივი ზღვრული მოგება (ლ)	4ლ	2ლ	2.33ლ	2.50ლ
კატეგორიზაცია	1	4	3	2

გაიხსენეთ, პირველად შეზღუდულ რესურსს (კაცსაათებს) ანაწილებთ ყველაზე მაღალი კატეგორიის პროდუქტზე (A). მას შემდეგ, რაც დაკმაყოფილება მოთხოვნა ყველაზე მაღალი კატეგორიის პროდუქტზე, გადადით მომდევნო ყველაზე მაღალი კატეგორიის პროდუქტზე (D), შემდეგ მომდევნოზე (C) მანამ, სანამ შეზღუდული რესურსი (კაცსაათები) არ ამოიწურება.

ოპტიმალური წარმოების გეგმა

პროდუქტი	ერთეულები	გამოყენებული სთ	დარჩენილი სთ	ერთეულის ზღვრული მოგება (ლ)	მთლიანი ზღვრული მოგება (ლ)
A	1.000	1.000	11.000	4	4.000
D	2.000	8.000	3.000	10	20.000
C	1.000	3.000	0	7	7.000
					31.000

13.3. მრავალი შემზღუდველი ფაქტორი – წრფივი პროგრამირება

წრფივი პროგრამირება

ვნახეთ, როდესაც მარტო ერთი რესურსი ზღუდავს ორგანიზაციის საქმიანობას (რეალიზაციაზე მოთხოვნის გარდა), წარმოების ოპტიმალური გეგმის შესადგენად პროდუქტების კატეგორიზაცია ხორციელდება შემზღუდველი ფაქტორის ერთეულზე ზღვრული მოგების სიდიდის მიხედვით.

- როდესაც ერთზე მეტი შემზღუდველი ფაქტორი არსებობს (რეალიზაციაზე მოთხოვნის გარდა), ოპტიმალური წარმოების გეგმის შედგენა შეუძლებელია პროდუქტების კატეგორიზაციის საფუძველზე.
- ასეთ სიტუაციაში, გამოიყენება ე.წ. წრფივი პროგრამირების მეთოდიკა.

წრფივი პროგრამირების ამოცანის ფორმულირება

წრფივი პროგრამირების ამოცანის ამოხსნის პირველი ეტაპია ამოცანის ”ფორმულირება”, ე.ი. პრობლემის ამოხსნა მათემატიკური ფორმულებით.

➤ აღნიშნული ეტაპი მოიცავს შემდეგ საფეხურებს:

ბიჯი 1 - უცნობი სიდიდეების განსაზღვრა, ე.ი. ცვლადების (რომლის პოვნაც არის საჭირო);

ბიჯი 2 - შემზღუდველი ფაქტორების ფორმულირება, ე.ი. შეზღუდვების, რომლებმაც გავლენა უნდა იქონიოს ცვლად სიდიდეებზე;

ბიჯი 3 - მიზნის ფუნქციის განსაზღვრა (ე.ი. მიზნის, რომლის მაქსიმიზაცია ან მინიმიზაცია არის საჭირო).

შეზღუდვები განისაზღვრება შეზღუდული რესურსების მიხედვით, მაგალითად, თუ სამუშაო ძალა ან მასალები არის შეზღუდული.

არსებობს ისეთი შეზღუდვაც, რომელსაც არაუარყოფითობის შეზღუდვას (პირობას) უწოდებენ.

➤ არაუარყოფითობის შეზღუდვა ავსებს წრფივი პროგრამირების მოთხოვნას იმის შესახებ, რომ წრფივი პროგრამირების ამოცანის ამონახსნი არ უნდა იყოს უარყოფითი. თქვენ ვერ აწარმოებთ უარყოფითი რაოდენობის პროდუქციას. ამგვარად, წრფივი პროგრამირების ამოცანის თითოეული ცვლადი 0-ზე მეტი ან 0-ზე ტოლი უნდა იყოს.

➤ ასევე უნდა განისაზღვროს წრფივი პროგრამირების ამოცანის მიზნის ფუნქცია.

➤ როგორც წესი, წრფივი პროგრამირების ამოცანის მიზანია რაღაცის მაქსიმიზაცია ან მინიმიზაცია. ორგანიზაციების უდიდეს ნაწილს სურს მოგების ან ზღვრული მოგების მაქსიმიზაცია. ზოგჯერ ორგანიზაციებს შეიძლება სურდეთ დანახარჯების მინიმიზაცია.

მაგალითი:

კომპანია უშვებს ორ პროდუქტს A-ს და B-ს და სურს მაქსიმალური მოგების მიღება (მოგების მაქსიმიზაცია). ინფორმაცია A-ს და B-ს შესახებ შემდეგი სახისაა:

	A პროდუქტი	B პროდუქტი
დახარჯული მასალა, კგ ერთეულზე	1	1
დახარჯული კაც/სთ ერთ/ერთეულზე	5	10
	ლ	ლ
ერთეულის სარეალიზაციო ფასი	80	100
ცვლადი დანახარჯი ერთეულზე	<u>50</u>	<u>50</u>
ზღვრული მოგება ერთეულზე	<u>30</u>	<u>50</u>

კომპანიას შეუძლია A პროდუქტის ნებისმიერი რაოდენობის გაყიდვა, მაგრამ ვარაუდობს, რომ B პროდუქტზე მაქსიმალური წლიური მოთხოვნა იქნება 1.500 ერთეული. სამუშაო ძალა შეზღუდულია წელიწადში 20.000 საათამდე, ხოლო მასალები – 3.000 კგ-მდე.

მოვთხოვბათ:

გამოიყენოთ მოცემული ინფორმაცია და ჩამოაყალიბოთ წრფივი პროგრამირების ამოცანა.

ამოხსნა:

ბიჯი 1 - განსაზღვრეთ უცნობი სიდიდეები, ე.ი. ცვლადები, რომელთა მნიშვნელობის პოვნაც არის საჭირო.

ვთქვათ X = პროდუქტის წარმოებული და გაყიდული ერთეულების რაოდენობა თითოეულ წელს

ვთქვათ Y = პროდუქტის წარმოებული და გაყიდული ერთეულების რაოდენობა თითოეულ წელს

ბიჯი 2 - განსაზღვრეთ შემზღუდველი ფაქტორები, ე.ი. შეზღუდვები, რომლებმაც გავლენა უნდა იქონიოს ცვლად სიდიდეებზე.

შეზღუდვა

მასალები $x + y \leq 3.000$

კაცსაათები $5x + 10y \leq 20.000$

მაქსიმალური რეალიზაცია $y \leq 1.500$

არაუარყოფითობის პირობა $x \geq 0$

$y \geq 0$

ბიჯი 3 - განსაზღვრეთ მიზნის ფუნქცია, რომლის მაქსიმუმაცია ან მინიმუმაცია არის საჭირო.

მიზანი არის ზღვრული მოგების მაქსიმუმაცია. მიზნის ფუნქციაა $30x + 50y$ ასე, რომ მიზანია: ვიპოვოთ $30x + 50y$ ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობები.

აღნიშნული ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობები შეგვიძლია ვიპოვოთ ორი მეთოდით: გრაფიკული და ალგებრული ამოხსნით. პირველად განვიხილოთ გრაფიკული ამოხსნა.

გრაფიკული ამოხსნა

ორი ცვლადების შემცველი წრფივი პროგრამირების ამოცანის ამოხსნა შესაძლებელია შეზღუდვებისა და მიზნის ფუნქციის გრაფიკების აგებით.

➤ გრაფიკული მიდგომა ითვალისწინებს დამატებით შემდეგ საფეხურებს:

ამოხსნა:

ბიჯი 4 - შეზღუდვებისა და მიზნის ფუნქციის გრაფიკების აგება

შეზღუდვები გრაფიკზე გვიჩვენებს არეებს. ამ არეების საპოვნელად საუკეთესო გზაა დავხაზოთ განტოლების ამსახველი წრფე და შემდეგ გადავწყვიტოთ, რომელი არეა დასაშვები. წრფის გრაფიკის ასაგებად გვჭირდება ორი წერტილის პოვნა, რომელთაც შემდეგ შევაერთებთ.

1. მასალების შეზღუდვა: $x + y \leq 3.000$

➤ იპოვეთ წერტილები:

თუ $x = 0, y = 3.000$

თუ $y = 0, x = 3.000$

➤ დახაზეთ $x + y = 3.000$ წრფე და შეარჩიეთ მის ქვემოთ მყოფი არე (“ $\leq$ ”)

2. საბუშაო ძალის შეზღუდვა: $5x + 10y \leq 20.000$

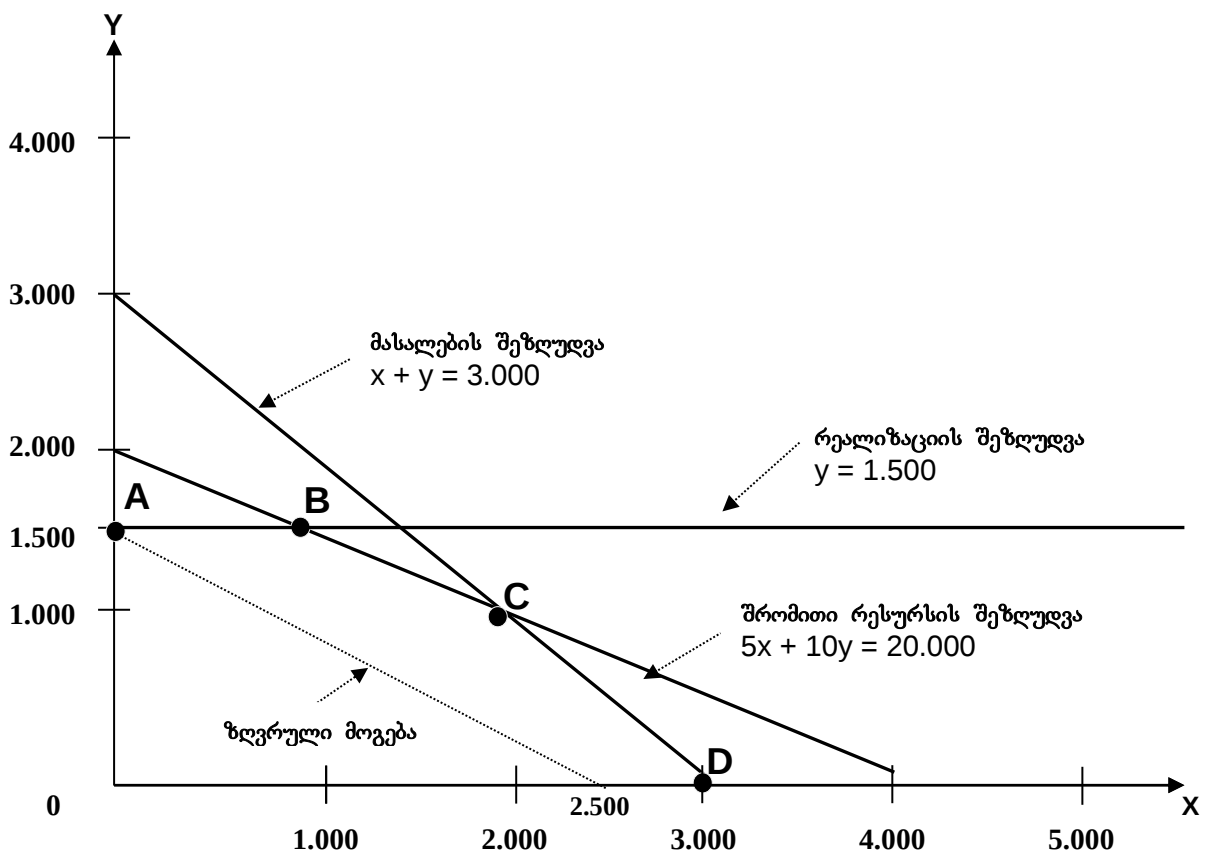
- ჩვენ ვხაზავთ $5x + 10y = 20.000$ წრფეს და შეძლებ ვარჩევთ წრფის ქვემოთ მყოფ არეს ($\leq$), როგორც ამოცანის ამოხსნისას დასაშვებ მნიშვნელობათა არეს.
- თუ $x = 0$, მაშინ $y = \frac{20.000}{10} = 2.000$
- თუ $y = 0$, მაშინ $x = \frac{20.000}{5} = 4.000$

3. მაქსიმალური რეალიზაციის შეზღუდვა: $y \leq 1.500$

- დახაზეთ წრფე $y = 1.500$ და შეძლებ შეარჩიეთ მის ქვემოთ მყოფი არე.

4. არაუარყოფითობის შეზღუდვები (პირობები): ეს არის კერტიკალური და ჰორიზონტალური ღერძები.

ახლა შეგვიძლია ავაგოთ შეზღუდვების გრაფიკები და განსაზღვროთ დასაშვებ მნიშვნელობათა არე, ე.ი. წარმოების ყველა შესაძლო ვარიანტი მოცემული შეზღუდვების პირობებში. თუ ამის შედეგ მიზნის ფუნქციის გრაფიკს, შევძლებთ მოცემული წრფივი პროგრამირების ამოცანის ოპტიმალური ამოხსნის პოვნა, ე.ი. იმ წერტილის პოვნას, როდესაც წარმოება ოპტიმალური იქნება.



- ამოცანის ამოხსნების დასაშვებ მნიშვნელობათა არეს წარმოადგენს OABCD. ეს არის x-ისა და y-ის მნიშვნელობების კომბინაცია, რომლებიც აკმაყოფილებს ყველა შეზღუდვას. ამგვარად, გრაფიკზე ამ წრფეების ზევით მდებარე არეები “საზღვრებს მიღმა” ანუ უფრო ტექნიკური ენით თუ ვიტყვით “არ არის დასაშვები”.
- დასაშვებ მნიშვნელობათა არის გამოსაყოფად, მიღებულია ითვლება მისი დაშტრიზება, ან ის არე უნდა დაიშტრიზოს, რომელიც დასაშვებ მნიშვნელობათა არის მიღმა მდებარეობს.

ზოგჯერ შესაძლოა ამოცანის მიზანი იყოს მინიმიზაცია. მაგალითად, მიზნის ფუნქცია შეიძლება იყოს წარმოების მინიმალური ღირსის შესაბამისი დანახარჯების მინიმიზაცია. შეზღუდვებიც წარმოების მინიმალური ღირსისთვის იქნება განსაზღვრული, ამოტომ დასაშვებ მნიშვნელობათა არე იქნება წრფეზე ან წრფის ზემოთ და დაშტრიხვა დაიწყება წრფიდან.

ბიჯი 5 - ამოცანის ოპტიმალური ამოხსნის პოვნა.

ახლა უნდა x -ისა და y -ის დასაშვები მნიშვნელობები, რომლებიც მოგვცემს მაქსიმალურ ზღვრულ შესაძლო მოგებას. ამისათვის არსებობს ორი გზა:

- **მეთოდი 1:** ზღვრული მოგებების გამოთვლა, რომელიც თითოეულ A, B, C და D წერტილზე (0 წერტილის იგნორირება შესაძლებელია, რადგან ამ წერტილზე ზღვრული მოგება ნული იქნება).
- **მეთოდი 2:** მიზნის ფუნქციით მანიპულირება ოპტიმალური დასაშვები ამონახსნის წერტილის საპოვნელად (გრაფიკიდან).

მეთოდი 1: ზღვრული მოგების გამოთვლა, რომელიც მიიღება თითოეულ A, B, C და D წერტილებზე.

გრაფიკიდან ვხედავთ, რომ:

- A წერტილის კოორდინატებია $x = 0$ და $y = 1.500$;
- B წერტილის კოორდინატებია $x = 1.000$ და $y = 1.500$;
- C წერტილის კოორდინატებია $x = 2.000$ და $y = 1.000$;
- D წერტილის კოორდინატებია $x = 3.000$ და $y = 0$.

ზღვრული მოგება, რომელიც მიიღება თითოეულ წერტილზე, არის:

წერტილი	x	y	ზღვრული მოგება ($30x + 50y$)
A	0	1.500	=75.000 ლ
B	1.000	1.500	=105.000 ლ
C	2.000	1.000	=110.000 ლ
D	3.000	0	=90.000 ლ

წერტილი, რომელზეც მაქსიმალური ზღვრული მოგება მიიღება, არის ოპტიმალური ამონახსნი.

ამგვარად, მაქსიმალური ზღვრული მოგება მიიღება C წერტილზე (110.000ლ), როდესაც $x = 2.000$ და $y = 1.000$

მაშასადამე, ამ პროგრამირების ამოცანის ოპტიმალური ამონახსნი არის 2.000 ერთეული A პროდუქტისა და 1.000 ერთეული B პროდუქტის წარმოება და გაყიდვა.

მეთოდი 2: მიზნის ფუნქციით მანიპულირება ოპტიმალური დასაშვები ამონახსნის წერტილის საპოვნელად (გრაფიკიდან).

ამ მეთოდით ოპტიმალური წარმოების ღირსის საპოვნელად გვჭირდება მიზნის ფუნქციის გრაფიკის აგება და მისი “გადაადგილება” სათავედან შეძლებისდაგვარად შორის, დასაშვებ მნიშვნელობათა არეში.

მიზნის ფუნქციის გრაფიკის აგება.

აიღეთ მაქსიმალური ზღვრული მოგების ნებისმიერი დასაშვები (გონივრული) მნიშვნელობა, მაგ., ვთქვათ, მაქსიმალური ზღვრული მოგება იყოს 75.000 ლ.

ამგვარად: $30x + 50y = 75.000$.

➤ თუ $x = 0$, მაშინ $y = \frac{75.000}{50} = 1.500$

➤ თუ $y = 0$, მაშინ $x = \frac{75.000}{30} = 2.500$

➤ $30x + 50y = 75.000$ გრაფიკის ასაგებად იპოვეთ წერტილები: $x = 0$, $y = 1.500$; $y = 0$, $x = 2.500$ და შეადარეთ.

შენიშვნა: შესაძლებელია ნებისმიერი ზღვრული მოგების წრფის დახაზვა. წრფის გრაფიკის აგების მიზანი მარტო ის არის, რომ მისი დახრილობა განისაზღვროს. ზღვრული მოგებისთვის უფრო დიდი მნიშვნელობის მინიჭება მოგვეცემს ზღვრული მოგების წრფეს, რომელიც პირველის პარალელურია და უფრო შორს იქნება გადაადგილებული. ამგვარად, ზღვრული მოგების მაქსიმალური მნიშვნელობის საპოვნელად, ჩვენ გვსურს წრფის გადაადგილება რაც შეიძლება შორს, შესაძლებლობის ფარგლებში.

- წყვეტილი წრფე გრაფიკზე გვიჩვენებს მიზნის ფუნქციას, რომლის დროსაც ზღვრული მოგება არის 75.000 ლ, მაგრამ ზღვრული მოგებისთვის შერჩეული ყველა სხვა მნიშვნელობისთვის მიღებული გრაფიკები ერთმანეთის პარალელური იქნება. ასეთ წრფეებს იზო – ზღვრული მოგების წრფეებს უწოდებენ.
- თუ მიზნის ფუნქციის გრაფიკს დავადებთ სახაზავს და მას საწყისი მდგომარეობის პარალელურად ზემოთ (მაქსიმიზაციის დროს) გადავაადგილებთ (მინიმიზაციისას – ქვემოთ), დასაშვებ მნიშვნელობათა არეში ბოლო წერტილი იქნება ამოცანის ოპტიმალური ამონახსნი. ოპტიმალური ამონახსნი არის C წერტილი.
- გრაფიკიდან ვხედავთ, რომ C წერტილის კოორდინატებია: $x = 2.000$ და $y = 1.000$. ეს არის ამოცანის ოპტიმალური ამონახსნი, ანუ A პროდუქტის 2.000 ერთეულის წარმოება და გაყიდვა და B პროდუქტის 1.000 ერთეულის წარმოება და გაყიდვა.
- ოპტიმალური ამონახსნის დროს, C წერტილზე, მიღებული ზღვრული მოგება იქნება $30x + 50y = [(30 \times 2.000) + (50 \times 1.000)] = 60.000 + 50.000 = 110.000$ ლ

13.4. აღგებრული ამოხსნა

განტოლებების გამოყენება წრფივი პროგრამირების ამოცანის ამოსახსნელად.

ორი წრფის გადაკვეთის წერტილის საპოვნელად განტოლებების გამოყენება.

- მაგალითად, ჩვენს მაგალითში გრაფიკის მეშვეობით დავადგინეთ, რომ ოპტიმალური ამონახსნი იყო C წერტილი.
- C ის წერტილია, რომელზეც რეალიზაციის შეზღუდვის წრფე კვეთს სამუშაო ძალის შეზღუდვის წრფეს.

სამუშაო ძალის შეზღუდვა $5x + 10y = 20.000$ (1)

მასალების შეზღუდვა $x + y = 3.000$ (2)

- ძირითადი მეთოდის არსი იმაში მდგომარეობს, რომ ორი უცნობიდან ერთ – ერთი გამოირიცხოს.

- ამისათვის განტოლებები ან იკრიბება, ან ერთმანეთს აკლდება.
- ამ პროცესს განტოლებათა სისტემის ამოხსნას უწოდებენ.

ამოხსნა:

ბიჯი 1

- თუ (2) განტოლებას 10 – ზე გაამრავლებთ, y- ის კოეფიციენტები ერთნაირი გახდება:
 $(1) : 5x + 10y = 20.000$
 $10 \times (2): 10x + 10y = 30.000 \dots \dots \dots$ განტოლება (3)

ბიჯი 2

- (2) განტოლებას 10 – ზე გამრავლების შემდეგ ვუწოდოთ განტოლება (3).
 თქვენ შეგიძლიათ (3) განტოლებას გამოაკლოთ (1) განტოლება y-ის გამორიცხვისათვის
 $(3) \quad 10x + 10y = 30.000$
 $(1) \quad \underline{5x + 10y = 20.000}$
 $\quad \quad \underline{5x} \quad \quad \underline{10.000}$

ბიჯი 3

- ვიპოვოთ x- ის მნიშვნელობა განტოლების გარდაქმნით:

$$5x = 10.000$$

$$x = \frac{10.000}{5}$$

$$x = 2.000$$

ბიჯი 4

- y – ის მნიშვნელობის საპოვნელად x – ის მნიშვნელობის ჩასმა შეგვიძლია ყველა განტოლებაში: (1), (2) ან (3), მაგრამ ამ შემთხვევაში ყველაზე მოხერხებულია (2) განტოლების გამოყენება.

$$2.000 + y = 3.000$$

$$\therefore y = 1.000$$

- ამგვარად, ამონახსნი არის $x = 2.000$, $y = 1.000$, ისევე, როგორც გრაფიკული ამოხსნით მივიღეთ.

წრფივი პროგრამირების ამოცანის ამოხსნის პროცესი შეიძლება უფრო ადვილი გეჩვენოთ განტოლებათა სისტემის მეშვეობით, ვიდრე გრაფიკულად. ეს შესაძლებელია და თქვენ სწორ პასუხს მიიღებთ, მაგრამ ამ მეთოდის გამოყენებისას სიფრთხილე გმართებთ!

- რეკომენდებული არ არის, ამოხსნათ განტოლებათა სისტემა, სანამ გრაფიკზე არ ნახავთ, რომელი შეზღუდვები უფრო ეფექტურია ოპტიმალური ამოხსნის საპოვნელად.
- გრაფიკული მეთოდით წრფივი პროგრამირების ამოცანის ამონახსნის პოვნა ეყრდნობა ნათლად დახაზულ გრაფიკებს, საიდანაც ზუსტი პასუხის პოვნა შეიძლება.
- თუ ადვილი არ არის საჭირო წერტილების კოორდინატების პოვნა წრფივი პროგრამირების ამოცანის გრაფიკიდან, მაშინ პასუხის შემოწმების უფრო საიმედო საშუალებაა განტოლებათა სისტემის გამოყენება.